

Β΄ Γυμνασίου
Θέματα εξετάσεων προηγούμενων χρόνων
Α΄ Μέρος – Θεωρία

Θέμα 1^ο

- α) Τι λέγεται ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας $\hat{\omega}$ ενός ορθογωνίου τριγώνου;
β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 60° .

Θέμα 2^ο

- α) Όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, ποια σχέση εκφράζει το y ως συνάρτηση του x ;
β) Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα;

i)	<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,5</td></tr></table>	x	2	3	5	y	0,2	0,3	0,5	ii)	<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>6</td><td>4</td><td>2,5</td></tr></table>	x	2	3	5	y	6	4	2,5
x	2	3	5																
y	0,2	0,3	0,5																
x	2	3	5																
y	6	4	2,5																

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης.

- γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{-2}{x}$, πως λέγεται, από τι αποτελείται και που βρίσκεται;

Θέμα 3^ο

- α) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας \hat{B} .
β) Να δικαιολογήσετε γιατί $0 < \eta\mu B < 1$ και $0 < \sigma\upsilon\nu B < 1$.
γ) Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) αν $\eta\mu B = \sigma\upsilon\nu B$ τι τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$;

Θέμα 4^ο

Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας των 45° .

Θέμα 5^ο

- α) Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
β) Πότε μια γωνία λέγεται επίκεντρη;
γ) Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία και μια επίκεντρη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο;
δ) Ποιο είναι το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει σε ημικύκλιο;

Θέμα 6^ο

- α) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα και να διατυπωθεί η σχέση που το εκφράζει.
β) Ισχύει το αντίστροφο; Να το διατυπώσετε.
γ) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές 10 cm, 8 cm και 6 cm είναι ορθογώνιο.

Θέμα 7^ο

Τι γνωρίζεται για τη γραφική παράσταση:

- α) της συνάρτησης $y = \alpha x$;
β) της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$ με $\beta \neq 0$;

Θέμα 8^ο

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

- **Τετραγωνική ρίζα** ενός αριθμού **a** , λέγεται ο αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο, δίνει τον αριθμό
- Η τετραγωνική ρίζα του θετικού αριθμού a συμβολίζεται
- Η τετραγωνική ρίζα **αρνητικού** αριθμού δεν ορίζεται γιατί.....

β) Συμπληρώστε τα παρακάτω επιλέγοντας στη κόλλα σας τη σωστή απάντηση. Θεωρήστε ότι οι αριθμοί a, χ είναι θετικοί.

1. Αν $\sqrt{a} = \chi$ τότε

α. $a^2 = \chi$

β. $a = \chi^2$

γ. $a^2 = \chi^2$

2. $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

α. 0

β. 1

γ. Δεν ορίζεται

3. $\sqrt{-25} = \dots\dots\dots$

α. -5

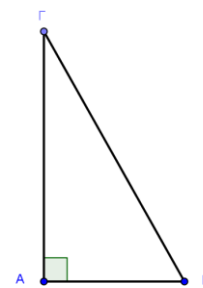
β. 5

γ. Δεν ορίζεται

Θέμα 9^ο

α) Στο διπλανό τρίγωνο η γωνία $\hat{A} = 90^\circ$. Συμπληρώστε την παρακάτω πρόταση αφού την μεταφέρετε ολόκληρη στην κόλλα σας:

Το τρίγωνο με **κάθετες πλευρές** την και την και **υποτείνουσα** την



β) Διατυπώστε το **πυθαγόρειο θεώρημα** για το παραπάνω τρίγωνο περιγραφικά (με λόγια) και με αλγεβρική σχέση (τύπο)

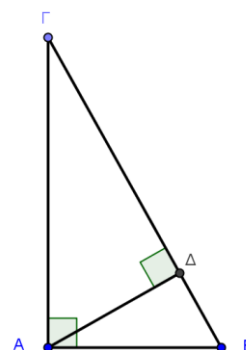
γ) Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ έχουμε φέρει το **ύψος AD** σχηματίζοντας τα ορθογώνια $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$.

Χαρακτηρίστε σαν **Σωστές** ή **Λάθος** τις παρακάτω σχέσεις μεταφέροντας τους αριθμούς τους στην **κόλλα σας**.

1. $BD^2 + AD^2 = AB^2$

2. $A\Gamma^2 + AD^2 = \Delta\Gamma^2$

3. $A\Gamma^2 + AB^2 = \Gamma B^2$



Θέμα 10^ο

α) Τι ονομάζουμε εξίσωση;

β) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

1) Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha + \gamma = \dots\dots\dots$

2) Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma = \dots\dots\dots$

3) Αν $\alpha = \beta$ και $\gamma \neq 0$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \dots\dots\dots$

Θέμα 11°

α) Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και ονομάστε ω την μία οξεία γωνία του.

Βρείτε ποια είναι η **υποτείνουσά** του και ποιες οι **κάθετες** πλευρές του.

Μεταφέρετε στην κόλλα σας και συμπληρώστε τους παρακάτω τύπους:

- $\eta\mu\omega = \frac{\text{.....πλευρ } \acute{\alpha}}{\text{.....}}$
- $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{.....πλευρ } \acute{\alpha}}{\text{.....}}$
- $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$

β) Μεταφέρετε στην κόλλα σας και συμπληρώστε τις παρακάτω φράσεις:

- Το **ημίτονο** και το **συνημίτονο** μιας οξείας γωνίας είναι πάντα **μεγαλύτερο** απόκαι **μικρότερο** από
- $\eta\mu 30^\circ = \text{.....}$
- $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = \text{.....}$

Θέμα 12°

α) Σχεδιάστε ένα κύκλο (Ο, ρ) και μια εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο αυτό. Συμπληρώστε τον παρακάτω ορισμό:

Μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο (Ο, ρ) όταν

β) Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Ποια είναι η σχέση μιας **εγγεγραμμένης** και μιας **επίκεντρης** γωνίας που βαίνουν στο **ίδιο** τόξο;
- Πόσο είναι μια **εγγεγραμμένη** γωνία που βαίνει σε **ημικύκλιο**;
- Πότε ένα **πολύγωνο** λέγεται **κανονικό**;
- Με τι ισούται η **κεντρική γωνία** ω ενός **κανονικού** **πολυγώνου** με n πλευρές; (γράψτε τον τύπο)

Β' Μέρος – Ασκήσεις

Θέμα 1°

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 4 < 5x + 7 \\ \frac{x}{2} - \frac{x-2}{6} < 1 - \frac{x}{3} \end{array} \right\}$$

Θέμα 2°

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

$$\left. \begin{array}{l} 3(x+2) - 2(3x-1) > 4-x \\ 3x - \frac{2x-4}{12} \geq \frac{x+1}{3} - 10 \end{array} \right\}$$

Θέμα 3°

α) Να λύσετε την εξίσωση: $3\omega + 5 = \omega + 9$

β) Αν σ' ένα αριθμό προσθέσουμε τη λύση της παραπάνω εξίσωσης, θα βρούμε το μισό του αριθμού αυτού. Ποιος είναι ο αριθμός;

Θέμα 4^ο

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $2\chi - 10 = 8(5 - \chi)$

β) $\frac{\chi-2}{3} + \frac{3-\chi}{4} = \frac{1-\chi}{2} + 6$

Θέμα 5^ο

α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{2\chi-1}{3} - \chi \leq \frac{\chi+4}{6}$

β) Να παραστήσετε τις λύσεις της παραπάνω ανίσωσης στην ευθεία των αριθμών.

γ) Οι αριθμοί: -3, -2, 0 είναι λύσεις της παραπάνω ανίσωσης;

Θέμα 6^ο

α) Να λύσετε τις ανισώσεις: $\frac{\chi-2}{6} - \frac{\chi+2}{8} < 1 + \frac{\chi}{4}$ και $2(\chi + 3) - (\chi + 4) < -3 - 3(\chi - 2)$

β) Να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

γ) Ποιοι είναι οι ακέραιοι που ανήκουν στις κοινές τους λύσεις;

Θέμα 7^ο

α) Αντιστοιχίστε τις εξισώσεις της πρώτης στήλης με τα αποτελέσματα της δεύτερης στήλης και γράψτε την αντιστοίχιση στην κόλλα σας.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $2010\chi = -2010$	Α. Αόριστη ή Ταυτότητα
2. $0\chi = -2010$	Β. $\chi = 0$
3. $2010\chi = 0$	Γ. $\chi = -1$
4. $\chi + 2010 = \chi + 2010$	Δ. Αδύνατη

β) Λύστε την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{3\chi-1}{2} = 2\chi - \frac{4-\chi}{3}$$

Θέμα 8^ο

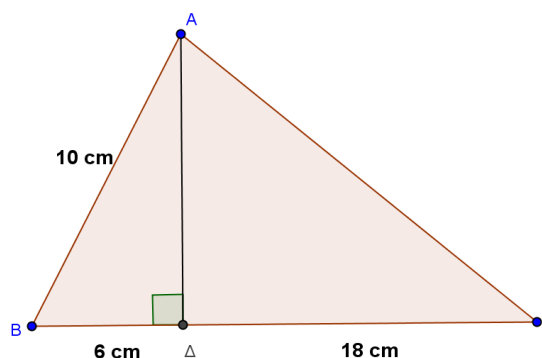
Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ όπου

ΑΒ=10 cm, ΒΔ = 6 cm, ΒΓ = 18 cm και ΑΔ είναι το ύψος του.

α) Να βρείτε το μήκος του ύψους ΑΔ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε την εφαπτομένη της γωνίας Β.



Θέμα 9^ο

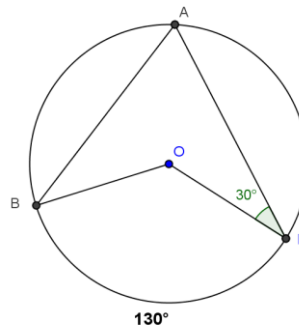
Σε κύκλο με διάμετρο ΑΒ να φέρετε τις χορδές ΜΑ και ΜΒ. Αν είναι ΜΑ = 6 cm και ΜΒ = 8 cm, να βρείτε:

α) το μήκος του κύκλου

β) το εμβαδό του κυκλικού δίσκου.

Θέμα 10°

Στο διπλανό σχήμα, να υπολογίσετε τη γωνία \widehat{ABO} .

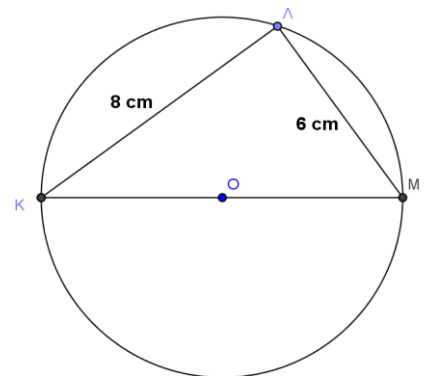


Θέμα 11°

α) Στο διπλανό σχήμα η γωνία $\widehat{K\Lambda M}$ είναι **εγγεγραμμένη** στον κύκλο και η **KM** είναι **διάμετρός** του.

Βρείτε ποιο είναι το **αντίστοιχο τόξο** της καθώς και το **μέτρο** αυτής της γωνίας δικαιολογώντας την απάντησή σας.

β) Αν η χορδή $KA = 8\text{ cm}$ και η χορδή $\Lambda M = 6\text{ cm}$ να υπολογίσετε το **μήκος** του κύκλου καθώς και το **εμβαδό** του κυκλικού δίσκου.



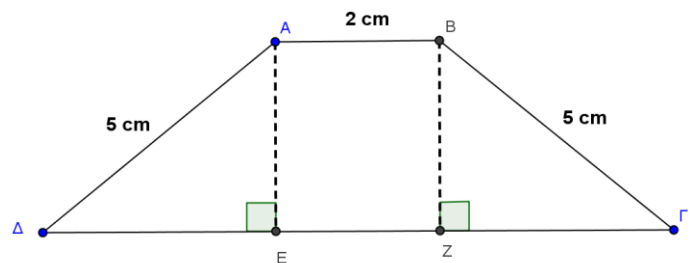
Θέμα 12°

Στο διπλανό **ισοσκελές τραπέζιο**, μικρή βάση είναι $AB = 2\text{ cm}$, η μεγάλη βάση είναι $\Gamma\Delta = 10\text{ cm}$ και οι ίσες πλευρές είναι $B\Gamma = A\Delta = 5\text{ cm}$.

Φέρνουμε τα ύψη του **AE** και **BZ** και ξέρουμε ότι $AE = BZ$ και $\Delta E = Z\Gamma$.

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΔE και $A\Gamma$

β) Να υπολογίσετε το **εμβαδό** του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$



Θέμα 13°

Ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ έχει περίμετρο 32 cm και βάση $B\Gamma = 12\text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

- 1) Το μήκος των ίσων πλευρών του AB και $A\Gamma$.
- 2) Το μήκος του ύψους $A\Delta$.
- 3) Το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

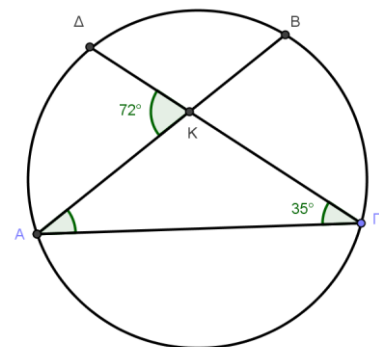
Θέμα 14°

Στο διπλανό κύκλο, οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο σημείο K .

Αν $\widehat{A\Gamma\Delta} = 35^\circ$ και $\widehat{AK\Delta} = 72^\circ$, να υπολογίσετε:

α) τη γωνία ω

β) τα τόξα $A\Delta$, $B\Gamma$ και $B\Delta$.



Θέμα 15°

Το συρματόσκοινο **AB** που στηρίζει τον κατακόρυφο στύλο **ΟΓ** του διπλανού σχήματος έχει μήκος 7 m και σχηματίζει **30°** γωνία με το έδαφος.

α) Δείξτε ότι η απόσταση **OB** είναι **3,5 m**.

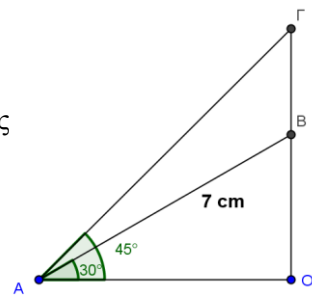
Επειδή ο τεχνίτης που έστησε τον στύλο θεώρησε ότι δεν στηρίζεται γερά τον στερέωσε και με δεύτερο συρματόσκοινο **ΑΓ** το οποίο σχηματίζει γωνία **45°** με το έδαφος.

Αν η απόσταση **ΑΟ** είναι **6 m**:

β) Να υπολογίσετε το μήκος του νέου συρματόσχοινου **ΑΓ**.

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων πρόσδεσης των δύο συρματόσχοινων **ΒΓ**.

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,86$ $\epsilon\phi 30^\circ = 0,58$ $\eta\mu 45^\circ = 0,7$ $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,7$ $\epsilon\phi 45^\circ = 1$

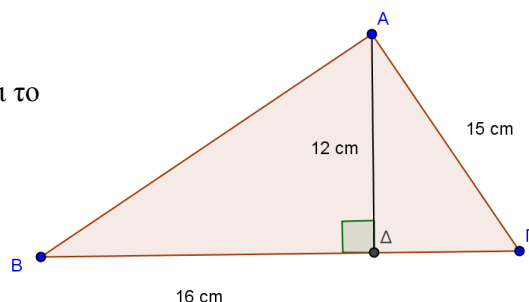


Θέμα 16°

Στο τρίγωνο του διπλανού σχήματος έχουμε $ΑΓ = 15\text{ cm}$, $ΒΔ = 16\text{ cm}$ και το ύψος $ΑΔ$ του τριγώνου είναι 12 cm .

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα **AB** και **ΓΔ**.

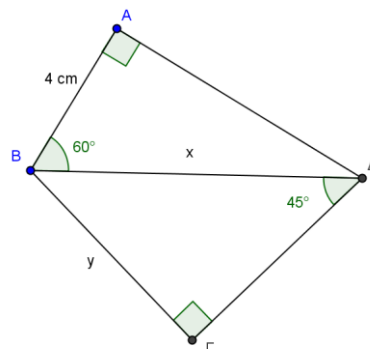
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο **ABΓ** είναι ορθογώνιο.



Θέμα 17°

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τα τμήματα $ΒΔ = \chi$ και $ΒΓ = y$.

Δίνονται ότι $ΑΒ = 4\text{ cm}$, $\widehat{ΑΒΔ} = 60^\circ$ και $\widehat{ΒΔΓ} = 45^\circ$



Θέμα 18°

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων καθώς και από το σημείο $A(6, -2)$

Θέμα 19°

Σε ένα τυροκομείο, επειδή ακρίβυνε το γάλα, η τιμή πώλησης όλων των προϊόντων αυξήθηκε κατά 10%.

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

	Γιαούρτι	Φέτα	Κασέρι	Λαδοτύρι
Αρχική τιμή χ	1 €	5 €	9 €	
Αύξηση y				2 €
Τελική τιμή z				

β) Να εκφράσετε την αύξηση y του κάθε προϊόντος ως συνάρτηση της αρχικής τιμής χ .

γ) Να εκφράσετε τη τελική τιμή z του κάθε προϊόντος ως συνάρτηση της αρχικής τιμής χ .

δ) Ένα προϊόν έχει τελική τιμή 22 €, να βρείτε την αρχική τιμή του.